Description du mouvement d'un point

En coordonnées cartésiennes :

$$\overrightarrow{OM} = x.\vec{u}_x + y.\vec{u}_y + z.\vec{u}_z$$

$$\vec{v} = \dot{x}.\vec{u}_x + \dot{y}.\vec{u}_y + \dot{z}.\vec{u}_z$$

$$\vec{a} = \ddot{x}.\vec{u}_x + \ddot{y}.\vec{u}_y + \ddot{z}.\vec{u}_z$$

En coordonnées polaires :

$\overrightarrow{OM} = r.\vec{u}_r + z.\vec{u}_z$ $\quad M(r,\theta)$ avec θ « caché » dans $\vec{u}_r$

$\vec{v} = \dot{r}.\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta + \dot{z}.\vec{u}_z$ $\quad \dfrac{d\vec{u}_r}{dt} = \dot{\theta}\vec{u}_\theta$ et $\dfrac{d\vec{u}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\vec{u}_r$ $\quad$ Si r = R (cst), $\vec{v} = r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$

$$\vec{a} = \left(\ddot{r} = r\dot{\theta}^2\right)\vec{u}_r + \left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)\vec{u}_\theta + \ddot{z}.\vec{u}_z$$

Cas de rotation à vitesse angulaire constante et rayon constant :

$$\vec{a} = -R\dot{\theta}^2\vec{u}_r = \frac{-v^2}{R}\vec{u}_r$$

Si r = R (cst) : $\vec{a} = \dfrac{-v^2}{R}\vec{u}_r + \dfrac{dv}{dt}\vec{u}_\theta$

Mais $\omega \neq cst$